

СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ "ИВАН САЛАБАШЕВ" - СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир "Иван Салабашев"

3 декември 2005 г.

Тема за 5 клас

(време за работа 120 минути)

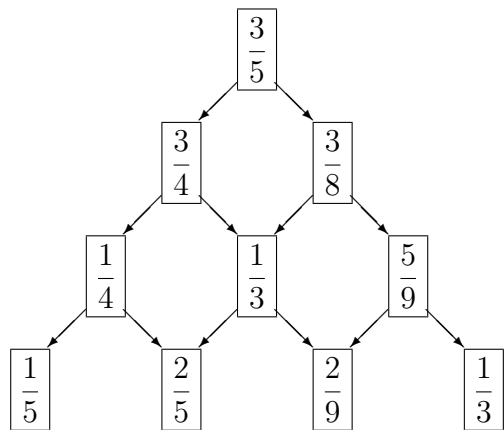
След всяка от задачи от 1 до 10 има 4 отговора, само един от които е верен. Отговорът на всяка от задачите от 11 до 15 е число. За верен отговор на всяка от задачите от 1 до 5 се присъжда по 1 точка. За верен отговор на всяка от задачите от 6 до 10 се присъждат по 2 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 11 до 15 се присъждат по 3 точки. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. Не се разрешава ползването на калкулатори. Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес www.math.bas.bg

Журито Ви пожелава приятна работа.

1. Филмова лента е дълга 360 м. Ако дължината на един кадър е 25 мм и се прожектират 24 кадъра в секунда, колко трае прожекцията?

- А) 1 минута; Б) 10 минути;
В) 20 минути; Г) 1 час и 40 минути.

2. Мравка тръгва от върха на пирамидата и се движи по стрелките, като всяка следваща дроб в маршрута ѝ е по-малка от предишната.



До коя дроб на последния ред ще стигне мравката?

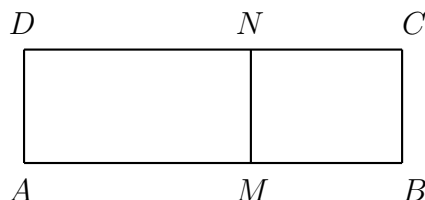
- А) $\frac{1}{5}$; Б) $\frac{2}{5}$; В) $\frac{2}{9}$; Г) $\frac{1}{3}$.

3. Димо намерил най-малкото общо кратно на всеки две от числата $\boxed{60}$, $\boxed{90}$ и $\boxed{150}$. Кое от изброените числа **не** е измежду получените от него отговори?

- А) 900; Б) 300; В) 180; Г) 450.

4. Правоъгълникът $ABCD$ е разделен на два правоъгълника, както е показано на чертежа.

Обиколката на $AMND$ е 28 см, а лицето на $MBCN$ е 24 кв. см.



Ако $MB = 6$ см, колко квадратни сантиметра е лицето на $ABCD$?

- А) 54; Б) 40; В) 72; Г) 64.

5. Всяка буква в думата **КАМИЛА** е заменена с нечетна цифра, като на различните букви съответстват различни цифри. Ако полученото число се дели на 3, коя цифра е записана на мястото на буквата **А**?

- А) 1; Б) 3; В) 5; Г) 7.

6. Главатарят на разбойниците провел разследване за откраднатото съкровище. Дебелият Джо и Страшният Бил дали показания, след което Черният Джек заявил, че съкровището е откраднато от Страшния Бил. Изяснило се, че съкровището е откраднал един от тримата и само той е казал истината. Кой е крадецът?

- А) Дебелият Джо; Б) Страшният Бил;
В) Черният Джек; Г) главатарят.

7. По равен път, на разстояние 12 км един от друг, се движат двама туристи с една и съща

скорост 4 км/ч. След това всеки от тях се изкачва
към върха със скорост 3 км/ч.

$$11 \bigcirc 4 \bigcirc 3 \bigcirc 2 \bigcirc 1$$

е поставен знак + или – и са извършени съответните действия. Колко на брой различни отговора могат да се получат?

Колко километра е разстоянието между туристите по време на изкачването?

А) 16; Б) 12; В) 10; Г) 9.

8. Ангел, Борис и Васил играли шах (всяка партия се играе от двама, а третият наблюдава). Ангел изиграл общо 5 партии, а Борис – 7. На кое от следните числа може да е равен броят на изиграните от Васил партии?

А) 3; Б) 7; В) 8; Г) 14.

9. За участие в математическо състезание се записали 100 ученика от град *A* и 50 ученика от град *B*.

Къде трябва да се проведе състезанието, за да бъде най-малък общият път на всички участници в състезанието?

А) по средата на пътя между *A* и *B*;
Б) в *A*;
В) два пъти по-близо до *A*, отколкото до *B*;
Г) зависи от пътя между *A* и *B*.

10. Ако 3 пасти са по-скъпи от 5 сока, коя е най-скъпата от следните поръчки:

А) 2 пасти; Б) паста и сок;
В) 3 сока; Г) не може да се определи.

12. Амбициозна учителка дала 100 задачи за домашно. Иво успял да реши 75 задачи, Пешо – 70 задачи, а Сашо – 65 задачи. Най-малко колко задачи са решени и от тримата?

13. На рафт са подредени четири тома с приказки, всеки от които съдържа 200 страници.

Червейче прогризало път от първата страница на първия том до последната страница на четвъртия том (като първата страница на първия том и последната на четвъртия останали цели).

Колко страници е прогризало червейчето?

14. На всеки километър по пътя между селата *A* и *B* е поставен стълб с табела, от едната страна на която е записано разстоянието от стълба до *A*, а от другата – разстоянието до *B*. Колоездач забелязал, че при всеки стълб сборът на цифрите, които са записани от двете страни на табелата, е 11. Колко километра е разстоянието от *A* до *B*?

15. При решаване на една задача се получили следните отговори:

Ани: 2579,
Ели: 2498,
Ива: 4289.

Учителката забелязала, че всяко момиче е пресметнало грешно точно две цифри: едното е сбъркало цифрите на хилядите и стотиците, другото – цифрите на стотиците и десетиците, а третото – цифрите на десетиците и единиците. Кой е верният отговор?

Математически турнир "Иван Салабашев"

3 декември 2005 г.

Решения на задачите от темата за 5 клас

1. Отговор: Б. Проекцията продължава $360000 : (25.24) = 360000 : 600 = 600$ секунди = 10 минути.

2. Отговор: В. Тъй като $\frac{3}{4} > \frac{3}{5} > \frac{3}{8}$, на втория ред мравката се придвижва към $\frac{3}{8}$. По-нататък, $\frac{3}{8} = \frac{9}{24} > \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$ и $\frac{3}{8} = \frac{27}{72} < \frac{40}{72} = \frac{5}{9}$, следователно мравката продължава към $\frac{1}{3}$. Накрая, $\frac{1}{3} = \frac{1}{9} > \frac{2}{9}$, а $\frac{1}{3} = \frac{5}{15} < \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ и маршрутът завършва в $\frac{2}{9}$.

3. Отговор: А. Димо не е получил 900, тъй като $\text{НОК}(60, 90) = 180$, $\text{НОК}(60, 150) = 300$ и $\text{НОК}(90, 150) = 450$.

4. Отговор: Г. Страната BC на $MBCN$ е равна на $24 : 6 = 4$ см. Следователно страната AM на $AMND$ е равна на $28 : 2 - 4 = 10$ см. Тогава лицето на $ABCD$ е $(10 + 6) \cdot 4 = 64$ кв. см.

5. Отговор: В. В думата КАМИЛА участват пет различни букви, като буквата А се повтаря. Следователно в запис на полученото след заместването число участват всичките пет различни нечетни цифри 1, 3, 5, 7 и 9 и една от тях (съответваща на буквата А) се повтаря. За да се дели полученото число на 3, трябва сборът от цифрите му $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + A = 25 + A$ да се дели на 3. Следователно А е 5.

6. Отговор: А. Ако Черният Джек е крадецът, той трябва да е казал истината. Но той твърди, че съкровището е откраднато от Страшния Бил. Следователно Черният Джек не е откраднал съкровището.

Тъй като Черният Джек не е крадец, значи той лъже. Следователно Страшният Бил не е откраднал съкровището. Това означава, че крадецът е Дебелият Джо.

7. Отговор: Г. Когато първият турист започва изкачването, вторият трябва да измине още 12 км равен път. Той стига до хълма за $12 : 4 = 3$ часа, за което време първият е отишъл на $3 \cdot 3 = 9$ км пред него.

8. Отговор: В. Ако Ангел и Борис не са играли един с друг, то Васил е изиграл 5 партии с единия и 7 с другия, общо 12 партии.

Ако Ангел и Борис са изиграли една партия един с друг, то Васил е изиграл 4 партии с единия и 6 с другия, общо 10 партии.

Ако Ангел и Борис са изиграли две партии един с друг, то Васил е изиграл 3 партии с единия и 5 с другия, общо 8 партии.

Продължавайки по този начин, виждаме, че Васил може да е изиграл 12, 10, 8, 6, 4 или 2 партии.

Втори начин. Ако с x означим броят на партиите между Ангел и Борис, то Васил е изиграл $(7 - x) + (5 - x) = 12 - 2x$ партии. Очевидно, полученото число е четно. Тъй като x е най-малко 0 и най-много 5, то броят на изиграните от Васил партии е четно число между 2 и 12.

9. Отговор: Б. В която и точка между A и B да се проведе състезанието, 50 участника от A и 50 участника от B заедно ще изминат 50 пъти разстоянието между двата града. За да бъде най-малък пътят на останалите 50 участника от A (и така и общият път), състезанието трябва да се проведе в A .

10. Отговор: А. Тъй като 3 пасти са по-скъпи от 5 сока, то една паста е по-скъпа от един сок и следователно 2 пасти са по-скъпи от паста и сок. От условието, че 3 пасти са по-скъпи от 5 сока следва, че 6 пасти са по-скъпи от 10 сока, още повече 6 пасти са по-скъпи от 9 сока, т.е. 2 пасти са по-скъпи от 3 сока.

11. Отговор: 11. Тъй като три от числата са нечетни, а две са четни, полученият отговор ще бъде нечетно число. Най-много отговорът е $11+4+3+2+1 = 21$, а най-малко е $11-4-3-2-1 = 1$. Може да се получи и всяко нечетно число между 21 и 1:

$$11 + 4 + 3 + 2 - 1 = 19, \quad 11 + 4 + 3 - 2 + 1 = 17,$$

$$11 + 4 - 3 + 2 + 1 = 15, \quad 11 - 4 + 3 + 2 + 1 = 13,$$

$$11 - 4 + 3 + 2 - 1 = 11, \quad 11 - 4 + 3 - 2 + 1 = 9,$$

$$11 - 4 - 3 + 2 + 1 = 7, \quad 11 - 4 - 3 + 2 - 1 = 5,$$

$$11 - 4 - 3 - 2 + 1 = 3.$$

Следователно могат да се получат 11 различни отговора.

12. Отговор: 10. Иво и Пешо са представили общо $75 + 70 = 145$ решения на 100 задачи, следователно поне 45 задачи са решени и от двамата. Дори Сапо да е решил точно останалите $100 - 45 = 55$ задачи, ще има поне $65 - 55 = 10$ задачи, решени едновременно от тримата.

13. Отговор: 400. Първата страница на първия том е до последната страница на втория, първата

страница на втория – до последната страница на третия, а първата страница на третия – до последната страница на четвъртия том. Следователно червейчето е прогризало всичките $2 \cdot 200 = 400$ страници на втория и третия том.

14. Отговор: 29. Нека търсеното разстояние е x . Ясно е, че сборът от цифрите на всяко число, по-малко от x , е най-много 10. Следователно x е по-малко от 30 (тъй като 29 има сбор на цифрите 11).

Ако x е четно число, на табелата по средата на пътя сборът от всички цифри ще бъде четен. Следователно x е нечетно.

Нека $x = \overline{ab}$, където b е нечетно. На първата табела са записани числата $\overline{a(b-1)}$ и 1, като $a + (b-1) + 1 = a + b = 11$. Единственото по-малко от 30 число със сбор на цифрите 11, е 29. Непосредствено се проверява, че то удовлетворява условието.

15. Отговор: 2489. Точно едно момиче е сбъркало цифрата на хилядите, а другите две са я намерили вярно. Следователно цифрата на хилядите е повтарящата се два пъти, т.е. 2.

Тъй като Ива е момичето, сбъркало хилядите и стотиците, то тя е намерила вярно десетиците и единиците: десетиците са 8, а единиците са 9. Следователно Ели е сбъркала десетиците и единиците, а е пресметнала вярно стотиците; т.е. стотиците са 4.

Търсеното число е 2489.