

СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ "ИВАН САЛАБАШЕВ" - СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир "Иван Салабашев"

3 декември 2005 г.

Тема за 6 клас

(време за работа 120 минути)

След всяка от задачи от 1 до 10 има 4 отговора, само един от които е верен. Отговорът на всяка от задачите от 11 до 15 е число. За верен отговор на всяка от задачите от 1 до 5 се присъжда по 1 точка. За верен отговор на всяка от задачите от 6 до 10 се присъждат по 2 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 11 до 15 се присъждат по 3 точки. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. Не се разрешава ползването на калкулатори. Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес www.math.bas.bg

Журито Ви пожелава приятна работа.

1. Колко се получава, когато от най-голямото цяло число, което е по-малко от $-\frac{11}{3}$, се извади най-малкото цяло число, което е по-голямо от $-\frac{53}{6}$?

А) 6; Б) 5; В) 4; Г) 3.

2. Петър решава:

- *абсолютно елементарна* задача за 90 секунди;
- *лесна* задача за времето, за което би решил 2 абсолютно елементарни задачи;
- *трудна* задача за времето, за което би решил 2 лесни и 3 абсолютно елементарни задачи;
- *почти нерешима* задача за времето, за което би решил 2 трудни, 3 лесни и 4 абсолютно елементарни задачи.

Колко минути са нужни на Петър, за да реши една почти нерешима задача?

А) 30; Б) 36; В) 40; Г) 45.

3. На колко най-много части може да се раздели кръг с 4 праволинейни разреза?

А) 8; Б) 9; В) 10; Г) 11.

4. Ивайло тича по писта. Първоначално той изминава по 5 метра в секунда, като след всеки

60 метра скоростта му намалява с 1 метър в секунда, докато накрая спира. Колко секунди е тичал Ивайло?

А) 160; Б) 137; В) 120; Г) 100.

5. Ако $AQ = 4$ см и $BQ = 3$ см, а лицето на триъгълника AQP е 24 кв. см, колко квадратни сантиметра е лицето на триъгълника BQP ?

А) 18; Б) 32; В) 24; Г) 20.

6. Иван участвал в математическо състезание, което продължило 3 часа. През първата $\frac{1}{3}$ от времето Иван спал два пъти повече, отколкото решавал задачи, а през останалата част от времето спал два пъти по-малко, отколкото решавал задачи. Колко минути е спал Иван?

А) 60; Б) 80; В) 120; Г) 160.

7. След като най-напред цената на компютър била увеличена с 10%, а след това намалена с 20%, компютърът струвал 1584 лева. Колко лева е струвал първоначално компютърът?

А) 1800; Б) 1760; В) 1980; Г) 2000.

8. Азбуката на едно племе се състои от 5 букви. В езика на племето всички думи са две- или трибуквени, като в една дума не може да има еднакви букви. Колко най-много думи може да има племето?

А) 150; Б) 110; В) 85; Г) 80.

9. Лицето на $\triangle BUG$ е два пъти по-голямо от лицето на $\triangle GUN$. Ако лицето на $\triangle BAT$ е равно на 4, а лицето на $\triangle NUT$ е равно на 5, колко е лицето на $\triangle TAU$?

А) 1; Б) 4; В) 5; Г) 6.

10. В колко различни полета може да се окаже конят след 3 хода?

А) 20; Б) 16; В) 12; Г) 8.

11. Николай имал 5 лева. Той дал на Олег 40% от парите си, а след това Олег дал на Николай 40% от парите си. Ако накрая двамата имали по равно пари, колко лева е имал Олег в началото?

12. На контролно по математика учениците от едно училище получили само тройки, четворки, петици или шестици. Оказало се, че $\frac{2}{3}$ от учениците нямат шестица, $\frac{3}{4}$ от учениците нямат петица и $\frac{4}{5}$ от учениците нямат четворка. Колко от учениците са получили три, ако в училището има по-малко от 100 ученика?

13. Таблица с 4 реда и 4 стълба се нарича "интересна", ако във всяко квадратче е записана една от цифрите 1, 2, 3, 4 така, че във всеки ред, стълб или диагонал няма еднакви цифри. Таблицата на фигурата е "интересна", но са показани само част от цифрите. Коя цифра е записана в квадратчето, означено с \diamond ?

1	2		
	\diamond		
		4	3

14. Колко са несъкратимите дроби $\frac{a}{b}$, където a и b са естествени числа, b е двуцифрено число и $\frac{a+5}{b+5} = \frac{1}{7}$?

15. Колко са четирицифрените числа, записани две различни четни и две различни нечетни цифри?

Математически турнир "Иван Салабашев"

3 декември 2005 г.

Решения на задачите от темата за 6. клас

1. Отговор: В. Най-голямото цяло число, което е по-малко от $-\frac{11}{3}$ е -4 , а най-малкото цяло число, което е по-голямо от $-\frac{53}{6}$ е -8 . Следователно отговорът е $-4 - (-8) = 4$.

2. Отговор: Б. Една лесна задача се решава за 180 сек. Една трудна задача се решава за $2.180 + 3.90 = 630$ секунди. Една почти нерешима задача се решава за $2.630 + 3.180 + 4.90 = 2160$ секунди или 36 минути.

3. Отговор: Г. Най-много части се получават, когато всеки два разреза се пресичат и никои три не минават през една точка. В този случай се получават 11 части.

4. Отговор: Б. Със скорост 5 метра в секунда е тичал $60 : 5 = 12$ секунди; със скорост 4 метра в секунда е тичал $60 : 4 = 15$ секунди; със скорост 3 метра в секунда е тичал $60 : 3 = 20$ секунди; със скорост 2 метра в секунда е тичал $60 : 2 = 30$ секунди и със скорост 1 метър в секунда е тичал $60 : 1 = 60$ секунди. Общо Ивайло е тичал 137 секунди.

5. Отговор: А. Тъй като триъгълниците $\triangle AQP$ и $\triangle BQP$ имат обща височина, лицата им се отнасят както $AQ : BQ$, т.е. $24 : x = 4 : 3$ и $x = 18$.

6. Отговор: Б. Иван е спал през $\frac{2}{3}$ от времето на първата $\frac{1}{3}$ от състезанието, т.е. $\frac{2}{9}$ от времето на състезанието. Иван е спал през $\frac{1}{3}$ от времето на останалите $\frac{2}{3}$ от състезанието, т.е. $\frac{2}{9}$ от времето на състезанието. Общо спането е отнело $\frac{4}{9}$ от общото време от 180 минути, т.е. 80 минути.

7. Отговор: А. Ако първоначалната цена е x , то след увеличението тя е станала $1,1x$, а след намалението е станала $0,8 \cdot 1,1x = 0,88x$. Сега от $0,88x = 1584$ намираме $x = 1800$ лева.

8. Отговор: Г. Думите с две букви са най-много $5 \cdot 4 = 20$, а тези с три букви са най-много $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$. Следователно племето има най-много 80 думи.

9. Отговор: Г. Тъй като $S_{BUG} : S_{GUN} = BU : UN = S_{BUT} : S_{NUT}$, то $S_{BUT} = 2 \cdot S_{NUT} = 10$ и $S_{TAU} = 10 - 4 = 6$.

10. Отговор: В. След три хода конят ще се намира на черно поле. Директно се проверява, че може да се стигне до всяко черно поле. Следователно отговорът е 12.

11. Отговор: 13. Нека в началото Олег е имал x лева. След като Николай му дал 40% от парите си, т.е. 2 лева, те имали съответно 3 и $x + 2$ лева. След като Олег дал на Николай 40%

от парите си, на него са му останали 60% от парите му, или $\frac{3}{5}(x + 2)$. Тъй като всичките пари са $x + 5$, то получаваме $\frac{3}{5}(x + 2) = \frac{1}{2}(x + 5)$, откъдето намираме $x = 13$.

12. Отговор: 13. Ако учениците са x , то шестиците са $\frac{x}{3}$, петиците $\frac{x}{4}$ и четворките са $\frac{x}{5}$. Тогава тройките са

$$x - \frac{x}{3} - \frac{x}{4} - \frac{x}{5} = \frac{13x}{60}.$$

Следователно $\frac{13x}{60}$ е цяло число и тъй като $x < 100$, то $x = 60$ и отговорът е 13.

13. Отговор: 3. Тъй като в третия стълб вече има 4, то на първия ред цифрата 4 е в четвъртото квадратче. Също така, тъй като в първия стълб вече има 1, на четвъртия ред цифрата 1 е във второто квадратче. Сега е ясно, че в квадратчето, означено с \diamond , може да бъде записано само 3.

14. Отговор: 2. От равенството $\frac{a + 5}{b + 5} = \frac{1}{7}$ намираме $7a + 30 = b$. Понеже b е двуцифрено число, то $a = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$. При $a = 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$ числата a и b не са взаимно прости. При $a = 1$ получаваме $b = 37$, а при $a = 7$ получаваме $b = 79$. Следователно отговорът е 2.

15. Отговор: 2160. Двете четни цифри могат да се изберат по $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ начина и двете нечетни цифри могат да се изберат по $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$. Следователно цифрите на числото могат да се изберат по 100 начина и за всеки такъв начин има по $4! = 24$ възможности за наредба, т.е. общо 2400. От този брой трябва да извадим броя на числата, започващи с нула. Техният брой е равен на броя на трицифрените числа, съставени от една четна цифра, която е различна от нула и две различни нечетни цифри. Тези числа са $4 \cdot 10 \cdot 6 = 240$. Следователно отговорът е $2400 - 240 = 2160$.