

КУРСОВА РАБОТА ПО МАТЕМАТИЧЕСКИ АНАЛИЗ – ПЪРВА ЧАСТ

Решенията се подготвят задължително в ръкописен вид и се поднасят за проверка при завърка на семестъра и по време на изпита. След представяне на курсовата работа се провежда събеседване върху решенията на задачите.

Курсовата работа се приема за успешна, когато обучаемият умее да обяснява основните идеи на представените решения.

Задача 1. Намерете производните на следните функции.

а) $y = \frac{2x}{x^2 - 1}$

б) $y = \frac{1 + x - x^2}{1 - x + x^2}$

в) $y = \cos(\sin^2 x) \sin(\cos^2 x)$

г) $y = \sqrt[3]{\frac{1 - x^3}{1 + x^3}}$

д) $y = \sqrt{\operatorname{tg}(\ln(x^3 - x^2))}$

е) $y = \sqrt{x+1} - \ln(x - \sqrt{x^2 - \sin x})$

ж) $y = x \arcsin \sqrt{\frac{x}{x+1}} + \operatorname{arctg} \sqrt{x} - \sqrt{x}$

з) $y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2} \ln \frac{1-x}{1+x}$

и) $y = x + x^x + x^{x^x}$

й) $y = \frac{(\ln x)^x}{x^{\ln x}}$

Задача 2. Изследвайте функциите (дефиниционна област, интервали на монотонност, екстремуми, асимптоти) и начертайте графиките.

а) $y = \frac{x}{x^2 + 1}$

б) $y = \frac{x^2}{x-1}$

в) $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

Задача 3. Намерете границите

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2}$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} x^x$

$$д) \lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x}$$

Задача 4. Намерете следните интеграли

$$а) \int (2 - 3x + \cos 2x - x^4) dx$$

$$б) \int \frac{x}{x+3} dx$$

$$в) \int x e^{x^2} dx$$

$$г) \int \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$д) \int \sqrt[3]{2x-7} dx$$

$$е) \int \frac{dx}{\sqrt{x-5}}$$

$$ж) \int x \ln x dx$$

$$з) \int x^2 (e^x - \cos x) dx$$

$$и) \int \frac{dx}{(1+x^2)^2}$$

$$й) \int e^x \cos x dx$$

$$к) \int \frac{x+1}{x^2+x+1} dx$$

$$л) \int \frac{dx}{\sqrt{x-x^2}}$$

$$м) \int \frac{2x+3}{(x-2)(x+3)} dx$$

$$н) \int \frac{x^2+1}{(x+1)^2(x-1)} dx$$

$$о) \int \frac{dx}{2+\sqrt{x}}$$

$$п) \int \frac{1-\sqrt{x+1}}{1+\sqrt{x+1}} dx$$

$$р) \int \sqrt{x^2+1} dx$$

$$с) \int \frac{dx}{\cos^3 x}$$

$$т) \int \frac{dx}{2 \sin x - \cos x + 5}$$

$$у) \int \frac{\sin x \cos x}{1 + \sin^4 x} dx$$

Задача 5. Решете следните определение интеграла

$$а) \int_0^{\pi} x \sin x dx$$

б) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{3+2\cos x}$

в) $\int_4^9 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$

Задача 6.

а) Намерете лицето на фигурата, ограничена от параболата $y = x^2 + 2x$ и правата $y = x + 2$.

б) Намерете лицето на фигурата, ограничена от кривата $r = a \sin 2\varphi$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$, $a > 0$.

в) Намерете дължината на кривата $x = e^t \cos t$, $y = e^t \sin t$, $0 \leq t \leq \pi$.

г) Намерете обема на ротационното тяло, образувано от въртенето около оста Ox на фигурата, ограничена от линиите $2y = x^2$ и $2x + 2y - 3 = 0$.