§6. Анализ на независими извадки

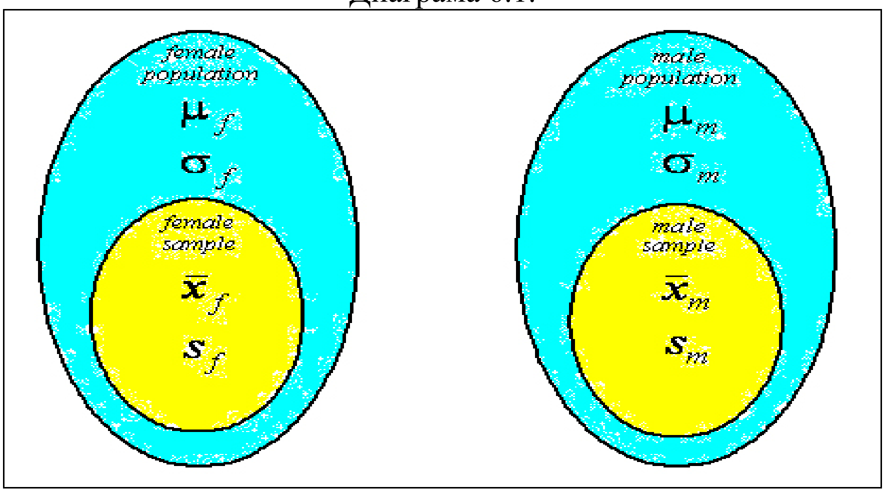
1. Тестове на Стюдънт и Фишер. Да предположим, че трябва да извършим статистическо сравнение на резултатите от различни личностни черти или постижения между групите на жени и мъже. В този случай говорим за сравняване между две ***независими*** извадки, което сравнение от гледна точна на статистическия механизъм всъщност се отнася към средните на популациите, от които произхождат извадките. Изборът на средното като средство за сравнение е напълно естествен, понеже средното се явява основната мярка за централна тенденция на метрични величини. Именно средното е онова единствено число, което по най-добър и икономичен начин представя поведението на цялата група. Всяка от двете извадки носи определена информация за своята популация.

Схемата за провеждане на това сравнение ще покажем върху пример с данните от величината "адаптация към средата", която обсъждахме преди. Тук цялата извадка се състои от $n=175$ лица, от които $n_f=61$ жени и $n_m=114$ мъже. Индексирането чрез f и m, което служи единствено за различаване на групите, е предпочетено въз основа на английската лексика за наименование на половете female и male. Статистическият анализ на данните показва следните резултати

$\bar{x}_f=177.491$, $\bar{x}_m=179.061$, $s_f=27.255$, $s_m=27.769$.

Различията между емпиричните стандартните отклонения са видимо пренебрежими. Между емпиричните средните съществува известно различие, за което трябва да преценим дали отразява някаква закономерна тенденция или можем да го отнесем към игра на случайността. И двата извода имат определена стойност за изследователя. В този случай статистиката предлага специфичен подход за решаване на поставената задача, който се нарича t***-тест на Стюдънт*** за сравнение на средните от две независими извадки. Статистическата рамка на задачата е представена на следната диаграма.

Диаграма 6.1.



В дадения случай наблюдаваният ефект, който предизвиква интерес, представлява различието между двете емпирични (извадкови) средни, а хипотезата за нулев ефект се състои в предположението, че това различие има случаен характер и не се явява белег за някаква закономерна разлика между половете, което на езика на статистиката се формулира, че средните за двете популации са равни. По тази причина при класическия тест на Стюдънт се проверява нулевата хипотеза

$H_0:\mu_f=\mu_m$,

срещу двустранната алтернатива

(6.1) $H_{alt}: \mu_f \neq \mu_m$,

където се предполага, че дисперсиите на двете популации са равни, $\sigma_f = \sigma_m$. При валидна нулева хипотеза H_0, проверяващата статистика

$$t_{emp}(n_f + n_m - 2) = \frac{\bar{x}_f - \bar{x}_m}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_f} + \frac{1}{n_m}\right)\left(\frac{(n_f - 1)s_f^2 + (n_m - 1)s_m^2}{n_f + n_m - 2}\right)}}, \quad (6.2)$$

се подчинява на t-разпределение на Стюдънт с $n_f + n_m - 2$ степени на свобода. Отхвърлянето на нулевата хипотеза би довело до извода за наличие на съществена закономерна разлика между средните нива на адаптация за двата пола.

Краят на тази процедура е напълно аналогичен на случая за хипотеза относно средното на една популация, описан в **§5**. При зададено ниво на значимост α, нулевата хипотеза се отхвърля когато

$$\left|t_{emp}(n_f + n_m - 2)\right| \geq t_{1-\frac{\alpha}{2}; n_f + n_m - 2},$$

и се приема в противен случай. И тук обаче на практика единственото нещо което трябва да се направи е да се пресметне оцененото ниво на значимост p в условие на двустранна алтернатива.

За изследвания пример имаме $t_{emp}(173) = -0.359$ и $p = 0.720$. Както вече знаем нулевата хипотеза H_0 се отхвърля, когато стойността на p се получи достатъчно малка за целта, понеже p представлява вероятността за грешка при такова решение. Тук получената стойност $p = 0.720$ разбира се не дава никакви основания за отхвърляне на H_0. Нещо повече, такава голяма стойност на p показва, че решението за приемане на нулевата хипотеза H_0 е свързано с малък риск за грешка от втори род. Описаният пример представлява типична ситуация, при която приемането на нулевата хипотеза не буди никакви възражения. Резултатите от анализа можем да запишем в изречението

"Различието между средното ниво на адаптация при жените $\bar{x}_f = 177.491$ и мъжете $\bar{x}_m = 179.061$ е статистически незначимо, [$t(173) = -0.359$; $p = 0.720$]."

Когато са налице достатъчно основания, вместо двустранната алтернатива (6.1) може да се използва едностранна алтернатива $H_{alt}: \mu_f > \mu_m$ или $H_{alt}: \mu_f < \mu_m$. Да припомним, че при едностранна алтернатива оцененото ниво на значимост се получава два пъти по-малко отколкото при двустранна такава, което открива съществено повече шансове за отхвърляне на нулевата хипотеза H_0 и предполага наличие на убедителни аргументи в полза на такова предпочитание.

Коректното прилагане на теста на Стюдънт предполага нормални разпределения с равни дисперсии в двете популации, както и достатъчно голям обем на двете извадки.

Въпросът дали дисперсиите в двете популации могат да се разглеждат като равни въз основа на данните от извадките се решава посредством ***F-теста на Фишер*** за сравняване дисперсиите на две независими извадки. F-тестът на Фишер представлява статистическа процедура на проверка на нулевата хипотеза

$$H_0: \sigma_f = \sigma_m,$$

срещу двустранната алтернатива

$$H_{alt}: \sigma_f \neq \sigma_m.$$

При вярна нулева хипотеза H_0, проверяващата статистика

$$F_{emp}\left(n_f-1,n_m-1\right)=\frac{s_f^2}{s_m^2}$$

се подчинява на F -разпределение на Фишер със степени на свобода n_f-1 и n_m-1. При избрано ниво на значимост α, нулевата хипотеза H_0 се отхвърля когато

$$F_{emp}\left(n_f-1,n_m-1\right)\le F_{\frac{\alpha}{2};n_f-1,n_m-1} \text{ или } F_{emp}\left(n_f-1,n_m-1\right)\ge F_{1-\frac{\alpha}{2};n_f-1,n_m-1},$$

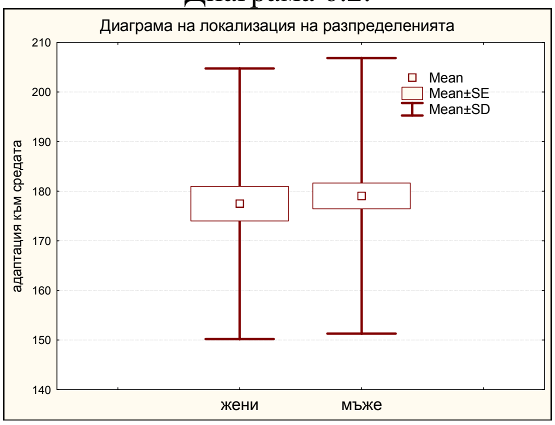
и се приема в противен случай. Тук също единственото нещо което трябва да се направи е да се пресметне оцененото ниво на значимост p в условие на двустранна алтернатива.

За този конкретен пример пресмятанията дават $F_{emp}(60,113)=0.963$ и $p=0.887$, което показва (и без това очевидното), че трябва да приемем нулевата хипотеза H_0 без особен риск за грешка от втори род.

"Двете групи на мъжете и жените показват съществено равни дисперсии в резултатите от теста за адаптация, [$F(60,113)=0.963$; $p=0.887$]."

Резултатите от сравнението между средните и дисперсиите може да се илюстрира посредством следната диаграма.

Диаграма 6.2.



Точката по средата показва разположението на средното $\bar{x}$ за съответната група, горната и долната страна на кутията сочат $\bar{x}\pm\frac{s}{\sqrt{n}}$, а "мустачките" сочат $\bar{x}\pm s$, което обхваща около 68% от разпределението.

Сега ще разгледаме още един пример, върху извадка от същите лица, но в този случай анализираната величина ще бъде техният среден успех от семестриалните изпити през дадена учебна година. В този случай имаме

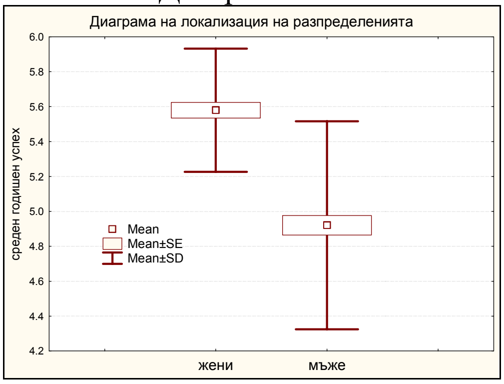
$\bar{x}_f=5.579$, $\bar{x}_m=4.920$, $s_f=0.353$, $s_m=0.596$.

За да проверим хипотезата за нулев ефект $H_0:\mu_f=\mu_m$ срещу двустранна алтернатива пресмятаме $t_{emp}(173)=7.293$ и $p=0.000$ $\left(p<0.000001\right)$, което показва изключително достоверно отхвърляне на нулевата хипотеза. Проверката на хипотезата за нулев ефект $H_0:\sigma_f=\sigma_m$ срещу двустранна алтернатива дава $F_{emp}(60,113)=0.123$ и $p=0.000$ $\left(p<0.000001\right)$, което също води до практически достоверно отхвърляне на тази нулева хипотеза. Тези изводи могат да се оформят например в следното изречение.

"Групата на жените показва значително по-висок среден годишен успех, [$t(173)=7.923$; $p=0.000$], като същевременно показва и значително по-ниска дисперсия, [$F(60,113)=0.123$; $p=0.000$]."

Резултатът се илюстрира на следващата диаграма.

Диаграма 6.3.



Двата резултата по сравнение на средните могат да бъдат приведени в една обща таблица, която може да изглежда например по следния начин.

Таблица 6.1.

	средно жени	средно мъже	$t(173)$	p
адаптация към средата	177.491	179.061	-0.359	0.720
среден годишен успех	5.579	4.921	7.923	0.000

При статистически значими различия в дисперсиите се препоръчва използване на друга проверяваща статистика вместо (6.2), която няма да обсъждаме, понеже както се сочи в литературата, тестът на Стюдънт е устойчив към отклоненията от изискването за равенство на дисперсиите. Средите за статистическа обработка обикновено предлагат резултатите и от двата варианта на изпълнение.

2. Еднофакторен дисперсионен анализ. Дисперсионният анализ (***ANOVA*** – ***analysis of variance***) представлява специфична форма на сравнителен анализ (при който проверяващите статистики за нулевите хипотези се основават на пресмятане на дисперсии). Сега ще разгледаме еднофакторния дисперсионен анализ (***One-Way ANOVA***), който се явява непосредствено обобщение на изложените в предишния раздел тестове и се отнася за случая на ***едновременно сравняване*** на две или повече независими извадки. Когато извадките са точно две, еднофакторният дисперсионен анализ се покрива напълно по смисъл с теста на Стюдънт, затова неговото използване предполага наличие на поне три независими извадки. В типичния случай на прилагане на този анализ присъстват две ясно обособени величини. Първата величина, която се нарича още ***фактор*** (откъдето идва и наименованието на процедурата) трябва да бъде номинална. Другата се нарича ***зависима величина*** и трябва да бъде метрична. Факторът и зависимата величина се наблюдават едновременно върху извадката. По този начин цялата извадка може да се раздели на отделни подгрупи според категориите на фактора, които групи формират споменатите по-горе независими извадки. Тези подгрупи могат да се интерпретират като независими извадки от нормални популации с едни и същи дисперсии, но евентуално с различни средни. Отделните групи се характеризират със собствени обеми n_j, емпирични средни $\bar{x}_j$ и емпирични дисперсии s_j^2, $j=1,2,\dots,J$, където J означава броя на групите, което е и броят на категориите (***нивата***) на фактора. Популациите за отделните групи се характеризират със собствени средни μ_j, $j=1,2,\dots,J$, и равни дисперсии

(6.3) $\sigma_1=\sigma_2=\dots=\sigma_J=\sigma$.

Хипотезата за нулев ефект има вида

(6.4) $H_0:\mu_1=\mu_2=\dots=\mu_J$,

което гласи, че всичките популационни средни са равни. Алтернативната хипотеза H_{alt} гласи, че някои две от тези средни са различни, без да уточнява кои точно двойки средни са различни.

Отхвърлянето на нулевата хипотеза H_0 в типичния случай се интерпретира като наличие на статистически значим ефект от страна на фактора върху зависимата променлива, откъдето и произтича нейното често срещано название "зависима". Приемането на нулевата хипотеза се разглежда като липса на статистическа значимост на въпросния ефект. Например от анализа на успеха можем да направим извод, че факторът пол има статистически значимо влияние върху средният успех от семестриалните изпити и не показва значимо влияние върху адаптацията към средата. В такъв контекст величината фактор и зависимата величина могат да се подразбират в каузална връзка, но анализът в общия случай представлява интерес и се провежда извън рамките на акцентирана каузална връзка между фактора и метричната величина.

Проверяващата статистика на нулевата хипотеза H_0 има вида

$$F_{emp}\left(J-1, N-J\right) = \frac{\dfrac{\sum_{j=1}^{J} n_j\left(\bar{x}_j - \bar{x}\right)^2}{J-1}}{\dfrac{\sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{n_j}\left(x_{ij} - \bar{x}\right)^2}{N-J}} = \frac{\dfrac{SS_b}{J-1}}{\dfrac{SS_w}{N-J}},$$

където SS_b се нарича сума на квадратите ***между групите***, SS_w се нарича сума на квадратите ***вътре в групите***. Тук $\bar{x}$ и $N = n_1 + n_2 + \cdots + n_J$ са емпирично средното и обемът на обединената извадка, а x_{1j}, x_{2j}, ..., $x_{n_j j}$ са стойностите на наблюденията в извадка с номер j. Ако нулевата хипотеза H_0 е валидна, то величината $F_{emp}\left(J-1, N-J\right)$ се подчинява на F-разпределение на Фишер със степени на свобода $J-1$ и $N-J$. При зададено ниво на значимост α, нулевата хипотеза H_0 се отхвърля когато $F_{emp}\left(J-1, N-J\right) \geq F_{1-\alpha; J-1, N-J}$ и се приема в противен случай.

Да разгледаме пример, в който факторът ще бъде поредният курс на обучение, а зависимата променлива ще бъде средният годишен успех от семестриалните изпити при жените. Факторът има четири нива, $J = 4$, които отговарят на четирите курса на обучение. Данните от описателния анализ са приведени в таблица 6.2.

Таблица 6.2.

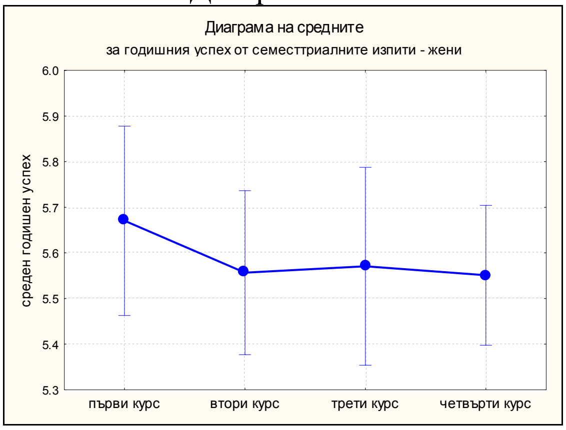
курс	брой	средно	стандартно отклонение
първи	$n_1 = 12$	$\bar{x}_1 = 5.670$	$s_1 = 0.273$
втори	$n_2 = 16$	$\bar{x}_2 = 5.557$	$s_2 = 0.358$
трети	$n_3 = 11$	$\bar{x}_3 = 5.571$	$s_3 = 0.379$
четвърти	$n_4 = 22$	$\bar{x}_4 = 5.551$	$s_4 = 0.389$
общо	$N = 61$	$\bar{x} = 5.579$	$s = 0.353$

Тези данните показват видимо незначителни разлики в средния успех между курсовете. За да потвърдим това наблюдение ще си послужим с техниката на еднофакторния дисперсионен анализ. Резултатите от обработката показват $F_{emp}\left(3,57\right) = 0.326$ с оценено ниво на значимост $p = 0.807$, което предлага сигурно основание за приемане на нулевата хипотеза.

"Различията в средния годишен успех за жените между четирите курса са статистически незначими, [$F(3,57) = 0.326$; $p = 0.807$]."

Този резултат може да бъде придружен от диаграма, на която са показани средните стойности и 95% доверителни интервали за всяка от тях.

Диаграма 6.4.



Коректното прилагане на горната процедура изисква някаква проверка на условието за равенство на дисперсиите между отделните групи. Това може да се стане посредством ***теста на Бартлет*** или ***теста Левин***, които проверяват нулева хипотеза за такова равенство $H_0 : \sigma_1 = \sigma_2 = \cdots = \sigma_J$ и в този смисъл се явяват ***обобщение*** на F -теста на Фишер. Проверяващата статистика при теста на Бартлет има $\chi^2(J-1)$ разпределение, а при теста на Левин проверяващата статистика има $F(J-1, N-J)$ разпределение. При теста на Бартлет нулевата хипотеза за равенство на дисперсиите се отхвърля когато $\chi^2_{emp}(J-1) \geq \chi^2_{1-\alpha;J-1}$, а при теста на Левин, когато $F_{emp}(J-1, N-J) \geq F_{1-\alpha;J-1,N-J}$. За този пример тестът на Бартлет дава $\chi^2(3) = 1.655$ с оценено ниво на значимост $p = 0.647$, а теста на Левин дава $F(3,57) = 0.529$ с $p = 0.664$. И двата теста не дават основание за отхвърляне на нулевата хипотеза за равенство на дисперсиите.

Освен равенство на дисперсиите между отделните групи, коректното прилагане на еднофакторния дисперсионен анализ изисква достатъчен брой наблюдения за всяка група и нормално разпределение във всяка от групите. В литературата се сочи, че този вид анализ се влияе малко от нарушаването на изискванията за неговото прилагане.

Да разгледаме аналогичен пример с тази разлика, че извадката се състои само от мъже. Описателният анализ показва следните резултати.

Таблица 6.3.

курс	брой	средно	стандартно отклонение
първи	$n_1 = 50$	$\bar{x}_1 = 4.631$	$s_1 = 0.520$
втори	$n_2 = 20$	$\bar{x}_2 = 4.831$	$s_2 = 0.523$
трети	$n_3 = 18$	$\bar{x}_3 = 5.061$	$s_3 = 0.545$
четвърти	$n_4 = 26$	$\bar{x}_4 = 5.450$	$s_4 = 0.427$
общо	$N = 114$	$\bar{x} = 4.921$	$s = 0.596$

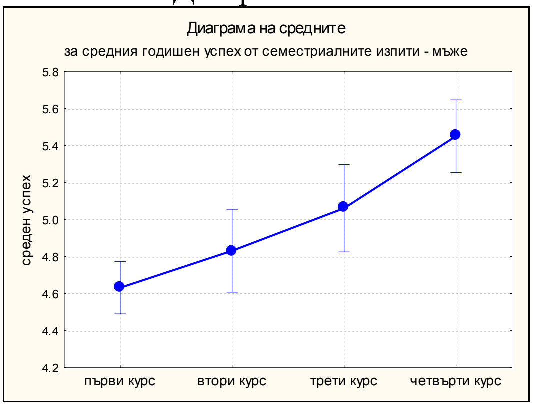
Тези данните показват промяна в средния успех между курсовете. Еднофакторният дисперсионен анализ дава резултатите $F_{emp}(3,110) = 15.669$ с оценено ниво на значимост $p = 0.000$, което предлага много сигурно основание за отхвърляне на нулевата хипотеза.

"Различията в средния годишен успех за мъжете между четирите курса са статистически значими, [$F(3,110) = 15.669$; $p = 0.000$]."

Тестът на Бартлет дава $\chi^2(3) = 1.570$ с оценено ниво на значимост $p = 0.667$, а теста на Левин дава $F(3,110) = 0.854$ с $p = 0.468$. И двата теста не дават основание за отхвърляне на нулевата хипотеза за равенство на дисперсиите.

Резултатът от анализа е илюстриран на следната диаграма.

Диаграма 6.4.



Отхвърлянето на нулевата хипотеза за равенство на средните открива нова задача за уточняване къде точно е съсредоточено различието. За тази цел има разработени различни тестове за така наречения ***Post-Hoc анализ***. За психологическите изследвания се препоръчва използването на ***HSD-теста на Тюки*** или ***теста на Нюман-Коулс***. За последния пример HSD-тестът дава следната таблица за статистически значими разлики при ниво на значимост $\alpha = 0.05$.

Таблица 6.4.

курс	**{2}**	**{3}**	**{4}**
{1}	0.445	0.013	0.000
{2}		0.502	0.001
{3}			0.063

Еднофакторният дисперсионен анализ не е еквивалентен на провеждането на съответния брой тестове на Стюдънт с разглеждане на всяка срещу всяка група, които за последните два примера са шест на брой отделни теста на Стюдънт. Еднофакторният дисперсионен анализ дава "поглед отгоре" върху проблема за съществуването на различия и се разглежда като методически по-добър отколкото провеждането на отделни анализи всяка срещу всяка група, което се явява "поглед върху детайлите". Тълкуването на неговите резултати обаче, когато се отхвърля главната хипотеза за нулев ефект (6.4), е свързано с повече елементи на неопределеност.

3. Тест на Ман-Уитни. Непараметрични тестове. U-тестът на Ман-Уитни (който понякога се отбелязва и като W-тест на Ман-Уитни) има същата цел и познавателно значение, както теста на Стюдънт за независими извадки, но постигането на тази цел се извършва на базата на други статистически съображения. Първата основна характеристика на U-теста е, че неговото провеждане не предявява изисквания към формата на разпределение на изследваната величина. Такива тестове се наричат

непараметрични (***non-parametric, distribution free***). Да припомним, че едно от изискванията за приложимост на теста на Стюдънт беше свързано с нормално разпределение на величината. Влагайки известни несъществени за практиката елементи на неточност, може да се каже, че U -тестът на Ман-Уитни използва ***медианата*** вместо средното като цел и средство за извършване на сравнението. Медианата Me представлява другата следваща по важност мярка за централна тенденция на метрични величини след средното μ. Отклоненията във формата на разпределение на дадена метрична величина се получават най-вече като следствие от малкия обем на извадката, например по-малък от 30. Затова използването на непараметрични тестове се препоръчва именно в случаи на извадки с малки обеми.

Втората важна характеристика на U -теста се състои в това, че обработката на резултатите от извадките не се извършва директно върху натуралните стойности на величината, а върху техните поредни номера – рангове. Подреждането става по следния начин. Най-малката стойност получава ранг 1, следващата по големина получава ранг 2 и т.н. докато се изчерпят наблюденията.

Нека за величината X разполагаме с извадка с обем m, а за величината Y разполагаме с извадка с обем n. Като обединим двете извадки получаваме една обединена извадка с обем $m+n$, за която пресмятаме поредния номер на всяко наблюдение. Нека W_X означава сумата от ранговете на стойностите от извадката за величината X. Хипотезата за нулев ефект гласи, че двете извадки произхождат от еднакво разпределени непрекъснати величини. При валидна нулева хипотеза величината

$$Z_{emp} = \frac{W_X - \frac{m(m+n+1)}{2}}{\sqrt{\frac{mn(m+n+1)}{12}}}$$

следва приблизително нормално стандартно разпределение, $Z_{emp} \in N(0,1)$, което открива следната възможност за проверка. При зададено ниво на значимост α, нулевата хипотеза се отхвърля когато $\left|Z_{emp}\right| \geq z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ и се приема в противен случай. Нулевата хипотеза може да се запише в опростен вид като предположение за равенство на медианите

$$H_0 : Me_X = Me_Y$$

при което двустранната алтернативна хипотеза се свежда до

$$H_{alt} : Me_X \neq Me_Y .$$

При насочена алтернатива $H_{alt} : Me_X > Me_Y$, критичната област за отхвърляне на H_0 има вида $Z_{emp} \geq z_{1-\alpha}$, а при насочена алтернатива $H_{alt} : Me_X < Me_Y$, критичната област за отхвърляне на H_0 има вида $Z_{emp} \leq z_\alpha$.

За примера със сравнение между мъже и жени по скалата за адаптация към средата, пресмятанията показват $Z_{emp} = -0.297$ с оценено ниво на значимост $p = 0.766$, което също както при теста на Стюдънт води до приемане на нулевата хипотеза.

"U -тестът на Ман-Уитни показва несъществено различие между нивото на адаптация при жените и мъжете, [$Z = -0.297$; $p = 0.766$]."

За примера със сравнение между мъже и жени по средния годишен успех имаме $Z_{emp} = 6.953$ с оценено ниво на значимост $p = 0.000$, което отново както при теста на Стюдънт води до отхвърляне на нулевата хипотеза.

"U-тестът на Ман-Уитни показва съществено различие за средния годишен успех в полза на жените, [$Z = 6.953$; $p = 0.000$]."

В типичния случай t-тестът на Стюдънт и U-тестът на Ман-Уитни водят до едно и също решение за отхвърляне или приемане на нулевата хипотеза. Когато обемите на извадките са малки или по други причини се наблюдава отклонение от нормалното разпределение, за по-голяма убедителност на извода могат да се прилагат и двата теста, надявайки се, че както е в типичния случай, те ще доведат до един едно и също заключение.

Различните програмни среди за статистическа обработка не се придържат към единен формализъм при описване на резултатите от U-теста, поради което потребителят трябва внимателно да прочете помощната информация, за да може да приведе резултатите в правилен вид.

4. Тест на Кръскал-Уолис. Тестът на Кръскал-Уолис се явява непараметричен аналог на еднофакторния дисперсионен анализ и се явява своеобразно обобщение на теста на Ман-Уитни. Нулевата хипотеза тук се състои в предположение за равенството на популационните медиани за отделните групи

$$H_0 : Me_1 = Me_2 = \cdots = Me_J ,$$

която се проверява срещу алтернативата, че някои от тези медиани са различни. Отхвърлянето или приемането на H_0 се интерпретира по същия начин както при еднофакторния дисперсионен анализ. Както при U-теста на Ман-Уитнии отначало обединяваме извадките и пресмятаме поредния номер на всяко наблюдение в обединената извадка. Проверяващата статистика за H_0 има вида

$$H_{emp} = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^{J} \frac{W_j^2}{n_j} - 3(n+1),$$

където W_j е сумата от ранговете на наблюденията за група с номер j. Ако хипотезата H_0 е валидна, то величината H_{emp} се подчинява приблизително на $\chi^2(J-1)$ разпределение. При зададено ниво на значимост α, нулевата хипотеза се отхвърля когато $H_{emp} \geq \chi^2_{1-\alpha;J-1}$ и се приема в противен случай. За двата примера с успеха от раздела за еднофакторена дисперсионен анализ имаме

Таблица 6.5.

	$\chi^2(3)$	p
жени	0.682	$p = 0.887$
мъже	34.649	$p = 0.000$

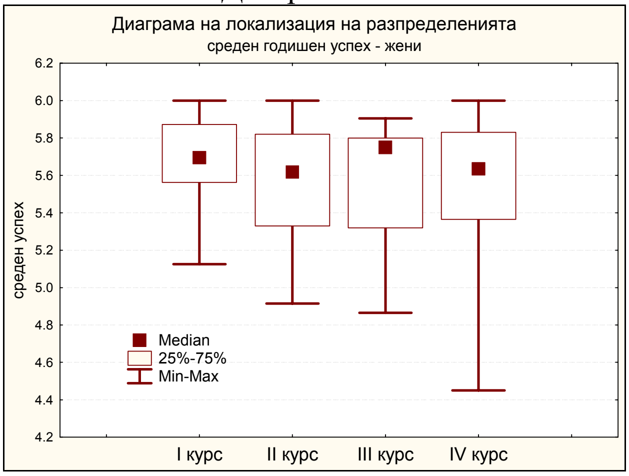
Последните резултати водят до аналогични на направените вече заключения за отхвърляне или приемане на нулевата хипотеза.

"Тестът на Кръскал-Уолис показва несъществено различие при групата на жените между средния успех от четирите курса, [$\chi^2(3) = 0.682$; $p = 0.887$], и статистически значимо различие при групата на мъжете, [$\chi^2(3) = 34.649$; $p = 0.000$]."

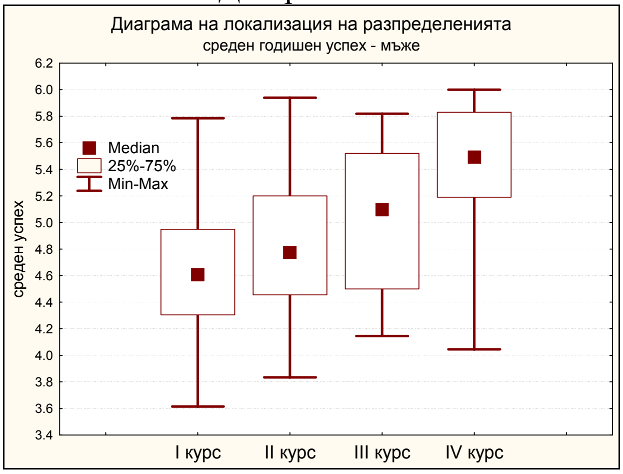
Изобщо в типичния случай тестът на Кръскал-Уолис води до заключения аналогични на тези от еднофакторния дисперсионен анализ, затова когато желаем повече аргументация в спорни ситуации можем да приведем резултатите и от двата теста.

Получените резултати могат да се илюстрират посредством диаграми за локализация на разпределенията в отделните групи. При тези диаграми локализацията е фиксирана чрез разположението на трите квартила, вторият от които е медианата.

Диаграма 6.5.



Диаграма 6.6.



Тестът на Кръскал-Уолис предлага и аналог на Post-Hoc анализа в случай на отхвърляне на нулевата хипотеза.

Когато подреждаме наблюденията в поредни номера възниква технически проблем какво да се прави за наблюдения с равни стойности. В такъв случай на всяко от тях се присвоява среден ранг. Всъщност за това както и за почти всичко останало се грижи компютърът. От потребителят се иска само добро познаване основната схема на метода както и възможните интерпретации на резултатите в предметната област.