Тема

Зад.1. Първият член на крайна аритметична прогресия е равен на 1, а само последният от останалите и членове е цяло число. Намерете разликата на прогресията, ако е известно, че сумата на първите и петнадесет члена е равна на сумата на последните седем.

Зад.2. Решете уравнението

$$\frac{1}{3\sin x+\cos x}+\frac{1}{\sin x-3\cos x}=\frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

Зад.3. Решете неравенството

$$\sqrt[3]{2x^2-8x+7}+\sqrt[3]{x^2+5x-6}\le 1.$$

Зад.4. Намерете лицето на трапец $ABCD$, който е описан около окръжност с център O, ако е известно, че $OA=5, OB=9, OC=3$ и $AB \parallel CD$.

Зад. 5. Намерете най-голямата стойност на реалния параметър a, за която уравнението $\log_{x-a}\left(x^2-x-1\right)=2$ има поне едно целочислено решение.

Примерна тема

Задача 1. Решете уравнението $\sqrt{\cos x-\frac{1}{2}}=\sqrt{\sin x-\frac{1}{2}}$.

Задача 2. Решете неравенството $\frac{1-\log_4 x}{1+\log_2 x}\le\frac{1}{2}$.

Задача 3. Около окръжност с радиус R е описан правоъгълен трапец с лице S. Пресметнете големината на острия ъгъл на трапеца.

Задача 4. Диаметърът на кълбо съвпада с височината на конус и двете тела имат равни обеми. Пресметнете отношението на дължината на сечението на повърхнината на кълбото с околната повърхнина на конуса и дължината на окръжността, която служи за основа на конуса.

Примерна тема

Задача 1. Решете уравнението $\frac{1-\sqrt{3}tg\,x}{2\sin 2x(2\sin x-1)}=\cot g\,2x-\cot g\,x$.

Задача 2. Решете неравенството $\log_{x+a}2<\log_x 4$, при условие, че $0<a<\frac{1}{4}$.

Задача 3. Страните на триъгълника ABC са AB=5, BC=8, AC=7. Върху ъглополовящата на ъгъла при върха A, вътре в триъгълника, е избрана точка O така, че лицата на триъгълниците OAB, AOC и BOC, взети в посочения ред, образуват аритметична прогресия. Намерете прогресията.

Задача 4. Пресметнете обема на триъгълна пирамида, всяка стена на която е триъгълник със страни $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$ и $\sqrt{13}$.

Примерна тема 10

1. Решете:

а) неравенството $\dfrac{1}{\log_2 \dfrac{4}{x}} \geq \log_2 \dfrac{x}{8} - 1$.

б) неравенството $\left|\sqrt{x-4} - 3\right| > \left|\sqrt{9-x} - 2\right| + 1$.

в) уравнението $tg\, x.\sqrt{\sin x - 2\cos x - 1} = 0$.

2. В четириъгълника ABCD може да се впише окръжност. Нека K е пресечната точка на диагоналите м у. Известно е, че AB > BC > KC, BK = 4, а периметърът и лицето на триъгълника BKC са равни съответно на 14 и 7. Намерете DC.

3. Намерете всички стойности на реалния параметър a, за които уравнението
$$2^{\frac{2x}{1+x^2}} + a.\cos\left(\frac{x^2-1}{x}\right) + a^2 - \frac{5}{4} = 0$$
има единствено решение.

4. Двустенният ъгъл, образуван от полуравнините α и β е равен на $\dfrac{\pi}{3}$. Във вътрешността на ъгъла е разположен триъгълник ABC. Ортогоналните проекции на триъгълника ABC върху полуравнините са съответно триъгълниците AB_1C_1 и A B_2C_2 (B_1 и B_2 - проекциите на B, C_1 и C_2 - проекциите на точка C). Известно

е, че AB $=3\sqrt{25-4\sqrt{3}}$, AC = $\sqrt{19-4\sqrt{3}}$, $AB_1=9\sqrt{2}$, $AB_2=6\sqrt{3}$, $AC_1 > AC_2$ и всеки от ъглите B_1AC_1 и B_2AC_2 е равен на $\frac{\pi}{12}$. Намерете BC.

Отговори:

1а) $x\in(0;4)\cup\{8\}$. б) $x\in\left[4;\frac{13}{2}\right)$. в) $x=(2k+1)\pi, k\in Z$, $x=\pi+\arccos\frac{1}{\sqrt{5}}-\arcsin\frac{1}{\sqrt{5}}+2\pi n, n\in Z$. 2.DC=6. 3. a=-3/2 4. $BC=\sqrt{148-34\sqrt{3}}$.